Solución de Problemas con CCP
Ejercicio de modelaiento

Profesor: Camilo Rueda [1]

[1] Universidad Javeriana-Cali,

PUJ 2008

Ejemplo

- dados contenedores de distinto tipo y producos de distinto tipo,
- encontrar un empaquetamiento que minimiza contenedores y satisface ciertas restricciones

Ejemplo

3 tipos de contenedor, *rojo*, *azul*, *verde*
5 tipos de producto, vidrio,plástico,acero,madera,cobre
Restricciones de capacidad:
los azules pueden llevar un solo componente
los rojos a lo sumo 3 componentes y a lo sumo 1 de madera
los verdes a lo sumo 4, y a lo sumo 2 de madera
Restricciones de tipo:
los rojos pueden llevar vidrio, madera y cobre
los azules pueden llevar vidrio, acero y cobre
los verdes pueden llevar plástico, madera y cobre
Restricciones de compatibilidad:
la madera requiere ir con plástico
el vidrio excluye el cobre
el cobre excluye el plástico

La orden: 1 de vidrio, 2 plástico, 1 acero, 3 madera, 2 cobre

Ejemplo: modelo1 (ingenuo)

- Variables

$comp_i$: una por componente. $comp_i = j$ dice que el componente i va en el contenedor j
col_j: color del contenedor j $col_j : \{3 = rojo, 4 = verde, 1 = azul\}$
v: componente de vidrio. $v = comp[0]$ p_1, p_2 componentes de plástico. $p = comp[1, 2]$ a el de acero. $a = comp[3]$ m_1, m_2, m_3 los de madera, $m = comp[4, 5, 6]$ c_1, c_2 los de cobre. $c = comp[7, 8]$

Un mejor modelo

- Variables
  - $ctipo_i$: el tipo del contenedor i
  - $vidrio_i$: el número de componentes de vidrio en contenedor i
  - $plast_i$: el número de componentes de plástico en contenedor i
  - $acero_i$: el número de componentes de acero en contenedor i
  - $madera_i$: el número de componentes de madera en contenedor i
  - $cobre_i$: el número de componentes de cobre en contenedor i
  - $mcap$: número de contenedores usados para empacar todo

Problema 2: cubrir un piso con azulejos

Dados unos azulejos cuadrados de diferentes tamaños, se trata de ubicarlos de manera qe cubran en su totalidad un piso rectangular. Se supone que la suma de las áreas de los azulejos es igual al área del piso.

Problema de los azulejos: variables y condiciones

- Datos:
  - $long_i$: longitud del lado del cuadrado i
  - $ancho, alto$: ancho y alto del rectángulo
- Variables:
  - x_i, y_i : posición de la esquina superior izquierda del cuadrado i
- Condiciones:
  1. los cuadrados deben cubrir todo el rectángulo
  2. los cuadrados no pueden sobreponerse
  3. todos deben quedar ubicados en el rectángulo

Problema de los azulejos: dominios, restricciones

- Dominio de x_i, y_i:
- Restricciones para expresar la condición 3:
- Restricciones para expresar la condición 2:

Problema de los azulejos: dominios, restricciones

- Dominio de x_i, y_i:
  - $x_i \in \{0, ..., ancho - long_i\}$
  - $y_i \in \{0, ..., alto - long_i\}$
- Restricciones para expresar la condición 3:
- Restricciones para expresar la condición 2:

Problema de los azulejos: dominios, restricciones

- Dominio de x_i, y_i:
  - $x_i \in \{0, ..., ancho - long_i\}$
  - $y_i \in \{0, ..., alto - long_i\}$
- Restricciones para expresar la condición 3:
  - dada por la definición de los dominios
- Restricciones para expresar la condición 2:

Problema de los azulejos: dominios, restricciones

- Dominio de x_i, y_i:
  - $x_i \in \{0, ..., ancho - long_i\}$
  - $y_i \in \{0, ..., alto - long_i\}$
- Restricciones para expresar la condición 3:
  - dada por la definición de los dominios
- Restricciones para expresar la condición 2:
  Para dos cuadrados A y B, sean:
  - $z_A = ($ A está a la izquierda de B $)$
  - $r_A = ($ A está arriba de B $)$
  - $z_B = ($ B está a la izquierda de A $)$
  - $r_B = ($ B está arriba de A $)$

  $z_A \vee r_A \vee z_B \vee r_B$

Problema de los azulejos: propagadores

- Sea la restricción 2:
  - $z_A = ($ A está a la izquierda de B $)$
  - $r_A = ($ A está arriba de B $)$
  - $z_B = ($ B está a la izquierda de A $)$
  - $r_B = ($ B está arriba de A $)$

  $z_A \vee r_A \vee z_B \vee r_B$
- Propagadores para expresar la restricción 2?

Problema de los azulejos: casos

Rectángulo	Cuadrados
1, 2	[1,1]
5, 4	[3, 2, 2, 1, 1, 1]
4, 4	[2,2,2,2]
20, 20	[9, 8, 8, 7, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 1, 1]
32, 33	[18, 15, 14, 10, 9, 8, 7, 4, 1]
65, 47	[25, 24, 23, 22, 19, 17, 11, 6, 5, 3]
112, 112	[50, 42, 37, 35, 33, 29, 27, 25, 24, 19, 18, 17, 16, 15, 11, 9, 8, 7, 6, 4, 2]
175, 175	[81, 64, 56, 55, 51, 43, 39, 38, 35, 33, 31, 30, 29, 20, 18, 16, 14, 9, 8, 5, 4, 3, 2, 1]

Problema 3: Localización de bodegas

Una compañía desea construir bodegas para surtir de bienes sus almacenes. Cada bodega por construir tiene una cierta capacidad que establece el máximo número de almacenes que se puede surtir desde esa bodega. Para la construcción de cada bodega se tiene un costo fijo. El costo de transporte de una bodega a un almacén varía dependiendo de la ubicación de la bodega y del almacén que surte. El objetivo es determinar cuáles bodegas deben construirse y cuáles almacenes deben surtirse por las bodegas construidas de modo que el costo total sea mínimo.

Localización de bodegas: caso

Costo fijo de construcción: 50. Hay5 bodegas y 10 almacenes

Capacidades=

	B1	B2	B3	B4	B5
capacidad	1	4	2	1	3

Costos de surtir

	B1	B2	B3	B4	B5
alm 1	36	42	22	44	52
alm2	49	47	134	135	121
alm 3	121	158	117	156	115
alm4	8	91	120	113	101
Alm 5	77	156	98	135	11
Alm 6	71	39	50	10	98
Alm 7	6	12	120	98	93
Alm 8	20	120	25	72	156
Alm 9	151	60	104	139	77
Alm 10	79	107	91	117	154

Localización de bodegas: variables

- *Abierta$_i$*. Cuando $abierta_i = 1$ la bodega i surte a alguien.
- *Surtidor$_i$*. Cuando $surtidor_i = j$ el almacén i se surte de la bodega j
- $costo_i$: su dominio está definido por la fila i de la matriz de costos. $costo_i$ representa el costo de surtir el almacén i por la bodega $B_{surtidor_i}$. Es decir, $costo_i = matrizCosto_{i,surtidor_i}$

El problema de las fichas de dominó

- Se dan 28 fichas de dominó:
  0-0 hasta 6-6 (0-0, 0-1,0-2,..., 5-5,5-6,6-6)
- Se da un rectángulo de números:

3	1	2	6	6	1	2	2
3	4	1	5	3	0	3	6
5	6	6	1	2	4	5	0
5	6	4	1	3	3	0	0
6	1	0	6	3	2	4	0
4	1	5	2	4	3	5	5
4	1	0	2	4	5	2	0

- las fichas pueden colocarse horizontalmente o verticalmente. Por ejemplo, $[3,5]$ puede colocarse como:
  $[3,5]$, $[5,3]$
  3 5
  5 3

Se trata de colocar todas las fichas para formar el rectángulo

Las fichas de dominó: un modelo

numerar las fichas

0: 0-0	1: 0-1	2: 0-2	3: 0-3	4: 0-4	5: 0-5	6: 0-6
	7: 1-1	8: 1-2	9: 1-3	10: 1-4	11: 1-5	12: 1-6
		13: 2-2	14: 2-3	15: 2-4	16: 2-5	17: 2-6
			18: 3-3	19: 3-4	20: 3-5	21: 3-6
				22: 4-4	23: 4-5	24: 4-6
					25: 5-5	26: 5-6
						27: 6-6

- Variables?
- Dominios?
- Restricciones?

Las fichas de dominó: un modelo

numerar las fichas

0: 0-0	1: 0-1	2: 0-2	3: 0-3	4: 0-4	5: 0-5	6: 0-6
	7: 1-1	8: 1-2	9: 1-3	10: 1-4	11: 1-5	12: 1-6
		13: 2-2	14: 2-3	15: 2-4	16: 2-5	17: 2-6
			18: 3-3	19: 3-4	20: 3-5	21: 3-6
				22: 4-4	23: 4-5	24: 4-6
					25: 5-5	26: 5-6
						27: 6-6

- Variables? dos variables por ficha (56 variables) xs_i, ys_i
- Dominios?
- Restricciones?

Las fichas de dominó: un modelo

numerar las fichas

0: 0-0	1: 0-1	2: 0-2	3: 0-3	4: 0-4	5: 0-5	6: 0-6
	7: 1-1	8: 1-2	9: 1-3	10: 1-4	11: 1-5	12: 1-6
		13: 2-2	14: 2-3	15: 2-4	16: 2-5	17: 2-6
			18: 3-3	19: 3-4	20: 3-5	21: 3-6
				22: 4-4	23: 4-5	24: 4-6
					25: 5-5	26: 5-6
						27: 6-6

- Variables? dos variables por ficha (56 variables) xs_i, ys_i
- Dominios? $xs_i \in \{0, ..., 55\}, ys_i \in \{0, ..., 55\}$...
- Restricciones?

Las fichas de dominó: un modelo

numerar las fichas

0: 0-0	1: 0-1	2: 0-2	3: 0-3	4: 0-4	5: 0-5	6: 0-6
	7: 1-1	8: 1-2	9: 1-3	10: 1-4	11: 1-5	12: 1-6
		13: 2-2	14: 2-3	15: 2-4	16: 2-5	17: 2-6
			18: 3-3	19: 3-4	20: 3-5	21: 3-6
				22: 4-4	23: 4-5	24: 4-6
					25: 5-5	26: 5-6
						27: 6-6

- Variables? dos variables por ficha (56 variables) xs_i, ys_i
- Dominios? $xs_i \in \{0, ..., 55\}, ys_i \in \{0, ..., 55\}$...
- Restricciones?

Las fichas de dominó: una solución